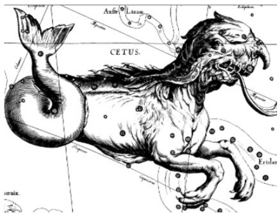


Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии
10 класс, 2020/2021 учебный год
Длительность 3 часа. *Максимум 48 баллов.*

1. Поверхностная яркость (8 баллов). Любитель астрономии Витя определил, что видимая звёздная величина Луны в полнолунии равна $-12{,}8^m$. Оцените поверхностную яркость Луны в полнолуние в единицах «звездная величина с квадратной угловой секунды».

Решение:

Известно, что угловой диаметр диска Луны примерно равен 30' или 1800″ (участник может брать значение в диапазоне от 30' до 32', об этом сказано ниже в критериях оценивания). Тогда площадь лунного диска в квадратных угловых секундах равна:

$$S = \pi R^2 = 2{,}54 * 10^6.$$

Площадка поверхности Луны размером в 1 квадратную угловую секунду будет создавать на поверхности Земли освещённость E_1 в S раз меньше, чем освещённость E_2 от полной Луны. В соответствии с формулой Погсона для звёздных величин m_1 площадки и m_2 Луны можно записать:

$$m1 - m2 = 2{,}5lg(E_2/E_1) = 2{,}5lgS.$$

Звездная величина 1 кв. угл. сек поверхности Луны будет равна:

$$m1 = 2{,}5\ \lg(2{,}54 * 10^6) - 12{,}8 = 3{,}2^m$$

Ответ: 3,2 звездной величины с 1 кв. угл. сек.

Критерии оценивания:

1) Запись формулы Погсона (даже без её использования в решении) оценивается в 2 балла.

2) Этап вычисления площади лунного диска в квадратных угловых секундах с ответом в диапазоне $2{,}5*10^6$ (для радиуса Луны 15') – $2{,}9*10^6$ (для радиуса Луны 16') оценивается в 2 балла.

3) Вычисление поверхностной яркости оценивается от 0 до 4 баллов в зависимости от полноты и правильности.

4) Каждая арифметическая ошибка снижает оценку на 2 балла.

Итого, правильный ответ (допускается ответ в диапазоне 3 – 3,4 звёздной величины с 1 кв. угл. сек) с решением оценивается в 8 баллов. Только правильный ответ (при полном отсутствии решения) оценивается в 2 балла. Максимум за задачу 8 баллов.

2. Центр масс Солнечной системы (8 баллов).

Определите, внутри или вне Солнца находится центр масс Солнечной системы, пренебрегая массами всех планет, Кроме Юпитера. Масса Солнца в 1050 раз больше массы Юпитера. Диаметр Солнца в 108 раз меньше расстояния от Земли до Солнца, а расстояние от Юпитера до Солнца составляет 5,2 а.е.

Решение:

Если мы пренебрегаем всеми планетами, кроме Юпитера, то центр масс Солнечной системы – это центр масс системы Юпитер-Солнце (*2 балла*), который находится от центра Солнца на расстоянии $L = ml /(M + m)$ (*2 балла*) $= 4{,}95 \cdot 10^{-3}$ а.е. = 740000 км (*2 балла*). Радиус Солнца составляет чуть меньше 700000 км (*1 балл*). Поэтому, в рамках сделанных в условии допущений, центр масс Солнечной системы находится вне Солнца (*1 балл*), хотя и близко к его поверхности.

3. Высота Луны в Уфе (8 баллов).

На какой максимальной высоте *h* может кульминировать Луна в Уфе? Наклонение эклиптики к плоскости небесного экватора составляет $\varepsilon = 23{,}5°$. Наклонение плоскости орбиты Луны к плоскости эклиптики $i = 5{,}1°$. Широта Уфы $\varphi = 54{,}7°$ с.ш., долгота $\lambda = 55{,}9°$ в.д.

Решение:

Максимальная высота в кульминации будет в тот момент, когда у Луны максимальное склонение (*2 балла*), равное $\delta = \varepsilon + i = 28{,}6°$(*2 балла*). Максимальная высота луны в верхней кульминации составит $h = 90° - \varphi + \delta$ (*2 балла*) = 63,9° (*2 балла*).

Примечание: чертёж необязателен, но приветствуется :))

4. Марс как две Луны (8 баллов). В социальных сетях периодически появляются сообщения, что однажды (дата все время меняется!) Марс будет виден на небе, как две Луны. Определите, являются ли такие сообщения фейком или описанная ситуация все-таки возможна? Оцените, каким должно быть расстояние до Марса, чтобы его площадь на небе в 2 раза превышала площадь полной Луны. Необходимые дополнительные данные можно найти в Справочных материалах.

Возможное решение:

Пусть D – диаметр Марса (или Луны), а R – расстояние до Марса (или Луны).

Из Справочных материалов находим, что среднее расстояние от Земли до Луны – 384 400 км, радиус Луны – 1738 км (соответственно, диаметр 3476 км), радиус Марса – 3397,2 км (диаметр 6794,4 км).

Тогда угловой размер ρ Марса (или Луны) можно определить из уравнения

$$tg\frac{\rho}{2} = \frac{D}{2R}$$

Принимая во внимание малость угла ρ, тангенс угла можно заменить самим углом, выраженным в радианах. Отсюда получаем

$$R = \frac{D}{\rho} \qquad (1)$$ – ***2 балла***

Для того чтобы площадь Марса на небе была вдвое больше площади полной Луны, видимый диаметр Марса должен быть в √2 раз больше видимого диаметра Луны.

$$\rho_М = \sqrt{2} \cdot \rho_Л. \qquad (2)$$ ***- 1 балл***

Отсюда получаем расстояние до Марса:

$R_М = (R_Л \cdot D_М)/(\sqrt{2} \cdot D_Л) = 384400 \cdot 6794{,}4 \,/\, (\sqrt{2} \cdot 3476) = 531\,300$ км. ***(2 балла)***

Получается, для реализации того, что пишут в постах в соцсетях Марс должен быть от Земли на расстоянии ближе, чем 530 тыс. км. В действительности Марс никогда не подходит к Земле так близко. Ближе всего Марс оказывается к Земли в моменты противостояния. Самое ближайшее расстояние будет тогда, когда такая конфигурация реализуется в случае нахождения Земли в афелии, а Марса в перигелии своих орбит. Следовательно, минимальное расстояние:

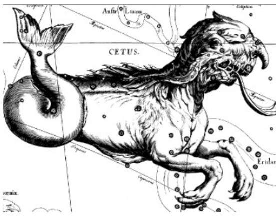
$a_м(1 - e_м) - a_з(1 + e_з) = 1{,}5237 \cdot (1 - 0{,}0934) - 1 \cdot (1 + 0{,}0167) = 0{,}3647$ а.е. = 54 557 млн. км. ***(2 балла)***

Поэтому посты подобного рода – фейк. ***(1 балл)***

Оценивание.

Максимальная оценка за это задание – 8 баллов. Задачу можно условно разбить на 4 этапа. Во-первых, надо найти зависимость углового размера Марса (или Луны) от размера и расстояния до него. За этот этап ставится ***2 балла*** *(формула (1)). Во-вторых, надо понимать, что изменение диаметра окружности в k раз приводит к изменению площади в k^2 раз, и наоборот. За этот вывод ставится* ***1 балл*** *(формула (2)). Верный расчёт расстояния оценивается еще в* ***2 балла****. И, наконец, за доказательство того, что Марс не может приближаться на такое расстояние и вывод о том, что сообщения не соответствуют действительности – еще* ***2 балла****. Явное указание на то, что новость – фейк, оценивается в* ***1 балл****.* ***Итого 8 баллов.*** *В случае, если вывод о фейковости новости сделан без доказательства невозможности того, что Марс может располагаться на таком расстоянии от Земли, то за весь последний этап* ***ставится 1 балл*** *и максимальная оценка за задачу не может* ***превышать 6 баллов.***

5. Двойная звезда (8 баллов). Вычислите массу (в массах Солнца) каждой из звезд, входящих в состав такой двойной звезды, у которой параллакс 0,5”, период обращения 80 лет, большая полуось орбиты видна с Земли под углом 18”, а звезды отстоят от центра масс на расстояниях, относящихся как 3:1.



Возможное решение:

Пусть π = 0,5” – параллакс двойной звезды. Тогда расстояние до нее можно найти по формуле: $r = 1/\pi = 2$ парсека. ***(1 балл)***

Зная расстояние до звезды и видимый угловой размер большой полуоси можно найти реальный размер большой полуоси орбиты:

$a = r\alpha = 2$ парсека $\cdot$ 18” = 36 а.е. ***(2 балла)***

Воспользуемся обобщенным третьим законом Кеплера, чтобы найти сумму масс компонент двойной звезды. Двойную звезду будем рассматривать в сравнении с системой Земля-Солнце.

$$(T_з)^2\,(M_с + m_з) / (T^2\cdot(m_1 + m_2)) = (a_з)^3/a^3. \ (1)$$ ***(2 балла)***

Массой Земли по сравнению с массой Солнца можно пренебречь. $T_з = 1$ год, $a_з = 1$ а.е.

Тогда: $m_1 + m_2 = a^3M_с/T^2 = 7{,}29M_с$. ***(1 балл)***

Для двойных звезд: $m_1r_1 = m_2r_2$, тогда $m_2 = 3m_1$. Отсюда: $m_1 = 1{,}82$ массы Солнца, $m_2 = 5{,}47$ массы Солнца. ***(2 балла)***

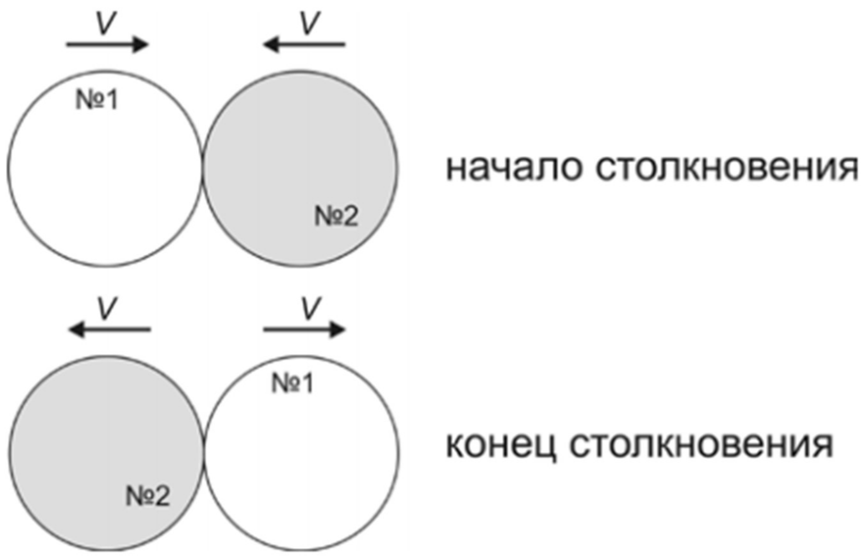
Примечание: *за написание третьего закона Кеплера в обобщенном виде (формула (1)) участник получает 2 балла, даже если не использовал его в дальнейшем решении. За арифметические ошибки общая оценка за задачу снижается на 1 балл.*

6. Столкновение. (8 баллов). Однажды в далекой-далекой галактике произошло редкое событие – два одинаковых шаровых звёздных скопления, движущихся вокруг центра этой галактики по одной орбите навстречу друг другу, столкнулись. Радиус каждого скопления R = 10 световых лет, скорость движения по орбите каждого скопления в момент столкновения V = 300 км/с, а столкновение центральное (т. е. центр одного скопления пройдёт через центр другого скопления). Определите, сколько лет будет длиться такое столкновение.

Решение:

Надо понимать, что звёздное скопление – это не сплошное тело: звёзды в нём расположены чрезвычайно редко (характерные расстояния между ними в миллионы раз превышают размеры звезды). Поэтому при столкновении скоплений столкновения звёзд наблюдаться не будут – скопления просто пройдут друг сквозь друга.

Решать задачу можно двумя способами. Можно поместить наблюдателя в центр одного из скоплений, а можно рассматривать ситуацию с точки зрения стороннего наблюдателя, например, расположенного в центре галактики. В первом случае скорость движения набегающего скопления относительно наблюдателя будет равна 2V, а путь, который набегающее скопление должно пройти от начала до конца столкновения, будет равен 4R. Во втором случае можно нарисовать рисунок, на котором изображено столкновение, как оно видно стороннему наблюдателю:



В этом случае видно, что скопление №2 от начала столкновения до его окончания проходит путь 2R, двигаясь со скоростью V (аналогично для скопления №1). И в первом, и во втором случае длительность столкновения, конечно, получится одинаковой: $T = 4R/2V = 2R/V$. Получить из этой формулы численный ответ можно двумя способами – подставив все данные, выраженные в единицах СИ, либо, обратив внимание, что расстояние 2R свет проходит за 20 лет, двигаясь со скоростью 300 тыс. км/с. Для второго пути сразу получается ответ, что при скорости движения в 300 км/с время, затраченное на пересечение диаметра скопления, будет в 1000 раз больше, т. е. 20000 лет.

Для первого способа выразим радиус скопления в единицах СИ: R = 10 световых лет = 10·300000 км/с·1000·(3600·24·365,25 с) ≈ $9{,}47\cdot10^{16}$ м. Тогда T = $2\cdot9{,}47\cdot10^{16}/3\cdot10^{5}$ = $6{,}31\cdot10^{11}$ с ≈ 20000 лет.

Ответ: 20000 лет

Критерии оценивания:

За верное понимание картины происходящего (т. е. того, как расположены скопления в начале и конце столкновения, и какой путь они должны пройти) ***+2 балла.*** *Это может быть указано явно с подробным описанием, а может проявиться в верном использовании формул (т. е. использования величины V для пути 2R или 2V для пути 4R).*

Верная запись выражения для длительности (явная запись или следующая из решения и ответа) оценивается в ***3 балла.***

Получение ответа в 20000 лет (±500) оценивается ***в 3 балла*** *(при решении задачи с использованием единиц измерения времени, отличных от года, за верный ответ в этих единицах (например, в секундах – $6{,}3\cdot10^{11}$ с) ставится +2 балла и за правильный перевод к годам ещё +1 балл).*

Использование радиуса вместо диаметра (с ответом в 2 раза меньше требуемого) ***снижает оценку на 2 балла.***

Максимум за задачу 8 баллов.